Fractions

I Définition et vocabulaire

Définition : Une fraction est un nombre égal au quotient de deux nombres entiers
exemple : La fraction $\frac{a}{b}$ est un nombre égal au quotient de a par b (avec a et b deux entiers)

vocabulaire : Dans la fraction $\frac{a}{b}$, a est le numérateur et b est le dénominateur.

II Fractions égales

propriété : On ne change pas la valeur d'une fraction lorsqu'on multiplie ou divise le numérateur et le dénominateur par un même nombre non nul.

Exemples :

- $\frac{5}{7}$ et $\frac{10}{14}$ sont égales car $\frac{5\times2}{7\times2}=\frac{10}{14}$.
- $\frac{6}{9}$ et $\frac{2}{3}$ sont-elles égales ? Oui car $\frac{6\div3}{9\div3}=\frac{2}{3}$.

III Addition et soustraction

Propriété : Pour additionner (ou soustraire) des fractions de même dénominateur, on conserve le dénominateur commun et on additionne (ou soustrait) les numérateurs.

Exemples :

- $\frac{5}{3}+\frac{9}{3}=\frac{5+9}{3}=\frac{14}{3}$
- $\frac{11}{5}-\frac{13}{5}=\frac{11-13}{5}=\frac{-2}{5}$

Propriété : Pour additionner (ou soustraire) des fractions de dénominateurs différents, on réduit les fractions au même dénominateur et on applique la propriété précédente.

Exemple :

- $\frac{2}{3}+\frac{5}{6}=\frac{2\times2}{3\times2}+\frac{5}{6}=\frac{4}{6}+\frac{5}{6}=\frac{4+5}{6}=\frac{9}{6}$

IV Multiplication

Propriété : Pour multiplier des fractions, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.

Exemple :

- $\frac{7}{4}\times\frac{6}{5}=\frac{7\times6}{4\times5}=\frac{42}{20}$

V Inverse

Définition : Deux nombres sont inverses si leur produit vaut 1.

Exemples :

- 2 et 0,5 sont inverses car 2 x 0,5 = 1 .
- L'inverse de 10 est 0,1 car 10 x 0,1 = 1 .
- 4 a pour inverse 0,25 car 4 x 0,25 = 1 .

Remarques :

- 1 est son propre inverse. En effet : 1 x 1 = 1 .
- -1 est son propre inverse. En effet : -1 x (-1) = 1 .
- 0 n'a pas d'inverse ! On ne peut pas avoir 0 x ? = 1 .

propriété : Soient a et b deux entiers non nuls, alors l'inverse de $\frac{a}{b}$ est $\frac{b}{a}$

Démonstration :
Soient a et b deux entiers non nuls, on a :

$\frac{a}{b}\times\frac{b}{a}=\frac{a\times b}{b\times a}=1$, donc $\frac{a}{b}$ et $\frac{b}{a}$ sont bien inverses.

Exemple :

- L'inverse de $\frac{7}{3}$ est $\frac{3}{7}$.

VI Division

Définition : Diviser par un nombre revient à multiplier par son inverse.

Exemples :

Propriété : Soient a et b deux entiers non nuls, alors diviser par $\frac{a}{b}$ revient à multiplier par $\frac{b}{a}$.

Soient c et d deux entiers avec d non nul, on a donc :

$$\frac{c}{d} \div \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \times \frac{b}{a}$$

Exemple :

- $\frac{5}{7} \div \frac{4}{3} = \frac{5}{7} \times \frac{3}{4} = \frac{5 \times 3}{7 \times 4} = \frac{15}{28}$